ЗАДАЧА № 2.

Задана фигура, составленная из стандартных прокатных профилей и имеющая одну ось симметрии.

Требуется:

1) определить положение центра тяжести сечения;
2) вычислить главные центральные моменты инерции;
3) вычислить главные центральные радиусы инерции.

Расчетные схемы выбираются по рис. 2.27, числовые данные берутся из табл. 2.2.

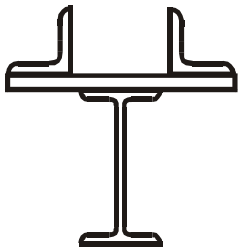
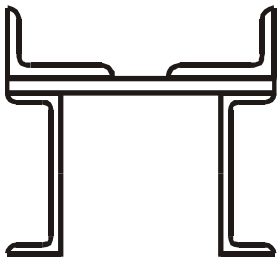
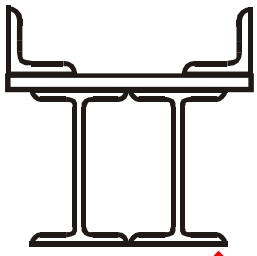
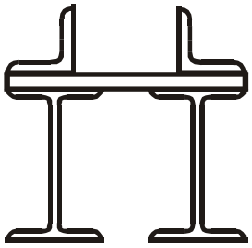
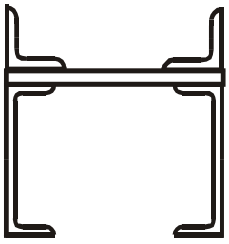
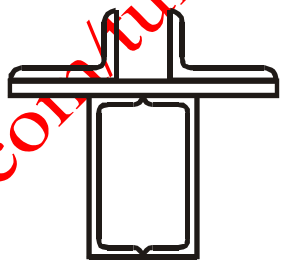
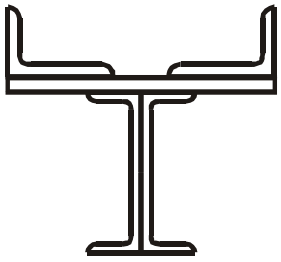
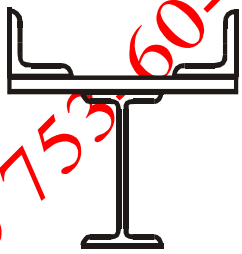
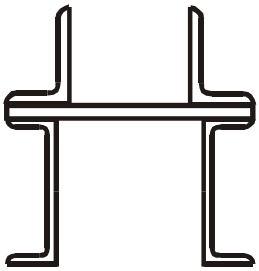
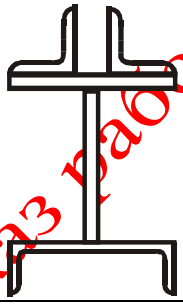
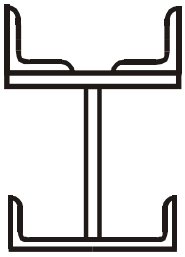
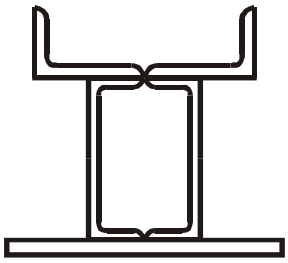
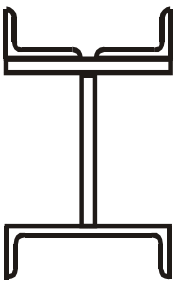
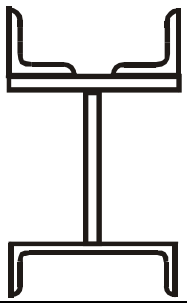
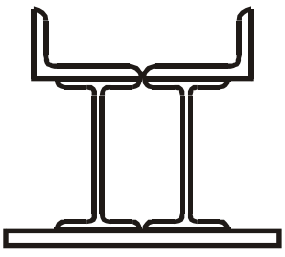
Таблица 2.2

Числовые данные к задаче № 2

№	Швеллер	Двутавр	Равнобокий уголок	Неравнобокий уголок	Прямоугольник
	номер	номер	$b \times b \times d$ (*мм*)	$B \times b \times d$ (*мм*)	$h \times b$ (*мм*)
1	10	10	36×36×3	50×32×4	120×20
2	10	10	36×36×4	56×36×4	130×20
3	12	12	40×40×3	56×36×5	140×20
4	12	12	40×40×4	63×40×4	150×20
5	14	14	40×40×5	63×40×5	160×20
6	14	14	45×45×3	63×40×6	180×20
7	14a	16	50×50×3	63×40×8	200×20
8	16	16	50×50×4	70×45×5	220×20
9	16	14	56×56×4	75×50×5	240×20
10	16a	18	63×63×5	75×50×6	260×20
11	18	18a	70×70×5	75×50×8	280×20
12	18	18	70×70×7	80×50×5	300×30
13	18a	20	70×70×8	80×50×6	320×30
14	20	20a	75×75×5	90×56×6	340×30
15	20	20	75×75×7	90×56×8	360×30
16	20a	22	80×80×7	100×63×6	380×30
17	20a	22a	80×80×8	100×63×7	400×40
18	22	22	90×90×7	100×63×8	420×40
19	22a	24	90×90×9	100×63×10	440×40
20	22	24a	100×100×7	110×70×8	460×40
21	22a	24	100×100×10	125×80×7	480×40
22	24	27	100×100×12	125×80×8	450×40
23	24a	30	100×100×16	125×80×10	300×30

Заказ работ 8 920 753-60-60 vk.com/tulgu_gl

24	24	33	100×100×14	125×80×12	320×30
25	27	36	110×110×7	140×90×8	340×30

1 	*2* 	*3* 
4 	*5* 	*6* 
7 	*8* 	*9* 
10 	*11* 	*12* 
13 	*14* 	*15* 

Заказ работ 8 920 753 60-60 vk.com/tulgu_gl

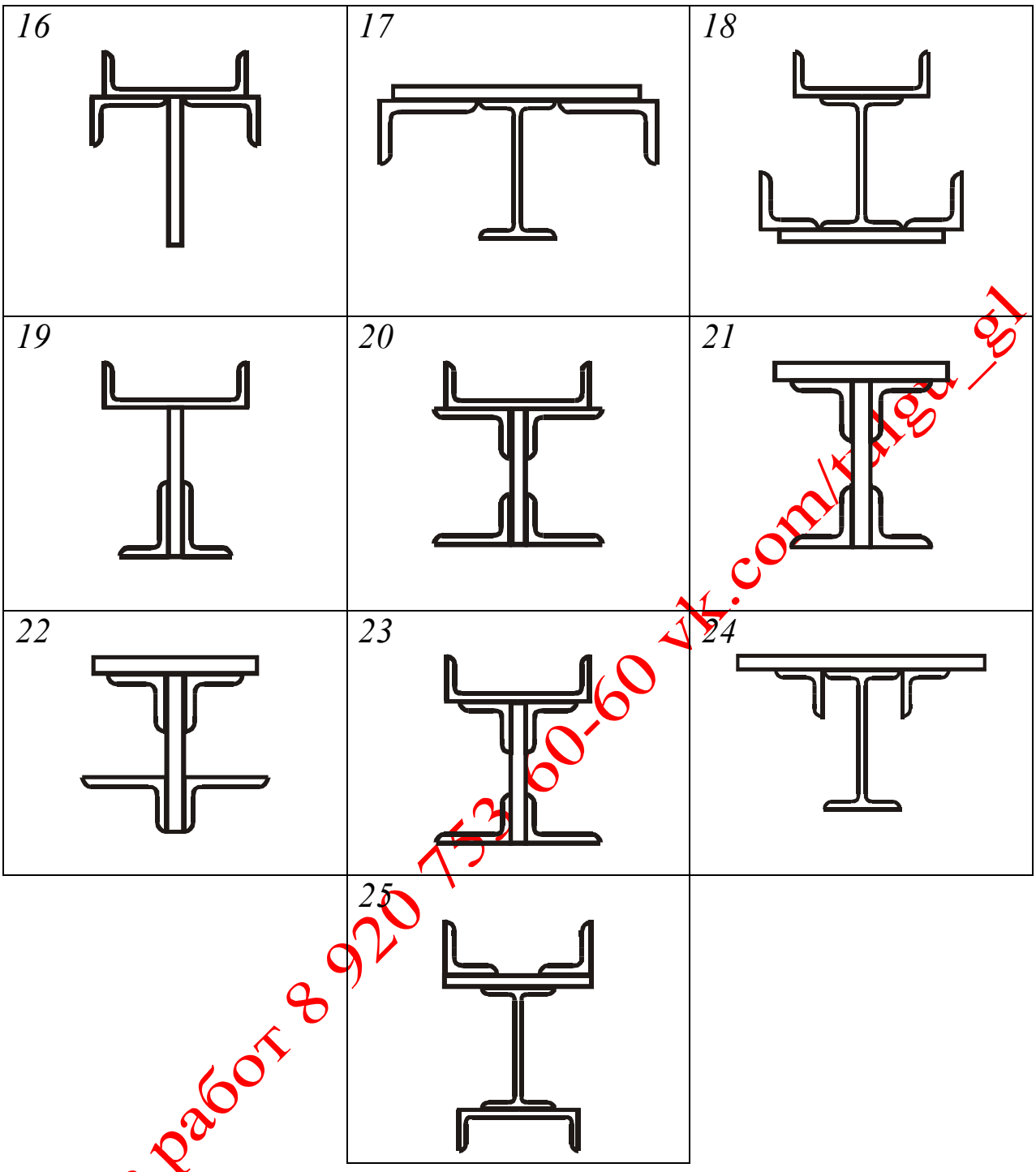


Рис. 2.27. Расчетные схемы сечений к задаче № 2

Заказ работ 8 920 753 60-60 vk.com/rigu_gl

Методические указания к решению задачи №2

Особенностью составного сечения, геометрические характеристики которого следует определить, является то, что оно состоит из *прокатных профилей.*

В разделе «Приложения» данного пособия приведены таблицы сортамента прокатной стали, содержащие все необходимые для решения данные:

размеры прокатных профилей, площади их сечений, моменты инерции относительно собственных центральных осей и т. д. При этом геометрические характеристики определяются в зависимости от номера профиля (для двутавра и швеллера) или его размеров (для уголка). Поскольку представленные на рис.2.27 составные фигуры состоят из прокатных профилей и имеют одну ось симметрии, определение их геометрических характеристик целесообразно проводить в следующем порядке:

- выписать из таблиц сортамента (см. приложение) геометрические характеристики прокатных профилей;
- для прямоугольника вычислить его площадь и главные центральные моменты инерции;
- вычертить сечение в определенном масштабе (например, 1:2);
- выбрать исходную (начальную) систему координат и показать ее на чертеже (при этом одну из координатных осей совместить с осью симметрии сечения, вторую - провести через его основание);
- на чертеже показать центры тяжести составляющих фигур, вычислить их координаты в системе начальных (исходных) осей и провести центральные оси для каждой фигуры, параллельные исходным осям;
- определить координату центра тяжести фигуры (поскольку фигура имеет ось симметрии, центр тяжести лежит на этой оси, и в этом случае вычисляется только одна из координат - либо x_c, либо y_c) по формулам:

$$x_c = \frac{x_1 A_1 + x_2 A_2 + \cdots + x_n A_n}{A_1 + A_2 + \cdots + A_n}$$ - если ось x совмещена с осью симметрии

или

$$y_c = \frac{y_1 A_1 + y_2 A_2 + \cdots + y_n A_n}{A_1 + A_2 + \cdots + A_n}$$ - если ось y совмещена с осью симметрии

где $A_1, A_2, \ldots A_n$ - площади составляющих фигур; $x_1, x_2, \ldots x_n, y_1, y_2, \ldots y_n$ - координаты их центров тяжести:

- показать на чертеже центр тяжести составной фигуры и провести главные центральные оси X_C, Y_C, параллельные начальным координатным осям;
- для каждой составляющей фигуры (принимая собственные центральные оси в качестве исходных) вычислить моменты инерции относительно главных центральных осей X_C, Y_C, по формулам:

$$I_{X_C}^{(n)} = I_{x_n} + a_n^2 A_n;$$
$$I_{Y_C}^{(n)} = I_{y_n} + b_n^2 A_n,$$

где $I_{X_C}^{(n)}$, $I_{Y_C}^{(n)}$ - моменты инерции n- ой фигуры относительно главных центральных осей заданной фигуры, I_{x_n}, I_{y_n} - моменты инерции n- ой фигуры относительно собственных центральных осей, a_n, b_n - расстояния между осями x_n, X_C и y_n, Y_C, или же координаты центра тяжести n–ой фигуры в системе центральных осей X_C, Y_C, A_n - площадь n- ой фигуры;

Заказ работ а 920-753-60-60 vk.com/tulgu_gl

- вычислить главные центральные моменты инерции составной фигуры путем суммирования моментов инерции составляющих ее частей по формулам:

$$I_{X_C} = I_{X_C}^{(1)} + I_{X_C}^{(2)} + \cdots + I_{X_C}^{(n)},$$
$$I_{Y_C} = I_{Y_C}^{(1)} + I_{Y_C}^{(2)} + \cdots + I_{Y_C}^{(n)}.$$

- вычислить главные центральные радиусы инерции i_{X_C} и i_{Y_C}

$$i_{X_C} = \sqrt{\frac{I_{X_C}}{A}}, \qquad i_{Y_C} = \sqrt{\frac{I_{Y_C}}{A}}.$$

Пример решения задачи №2

Для сварного сечения, состоящего из швеллера № 20, двутавра № 12 и двух неравнобоких уголков 63×40×5 (см. рис. 2.28), требуется определить:

1. положение центра тяжести;
2. главные центральные моменты инерции;
3. главные центральные радиусы инерции.

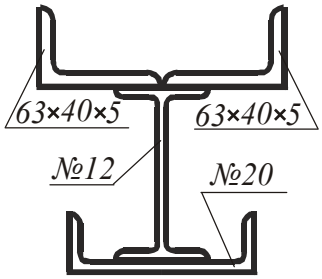
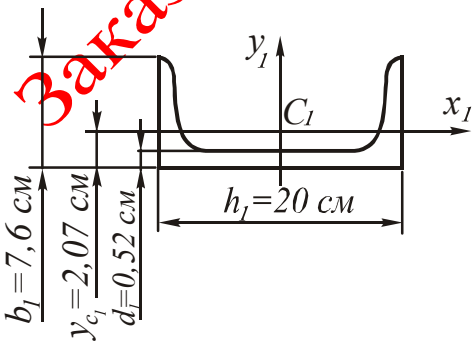


Рис.2.28

Решение.

1. Из таблиц сортамента выписываются геометрические характеристики прокатных профилей.

Фигура 1 – швеллер № 20 (рис.2.29).

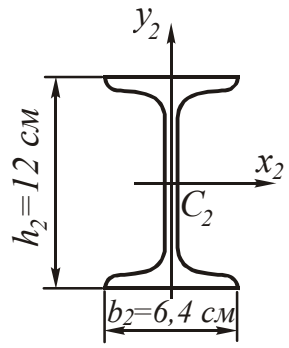


Размеры: h_1=20 *см* , b_1 = 7,6 *см*, d_1 =0,52 *см* ;
площадь A_1=23,4 $см^2$;
моменты инерции: $I_{x_1} = 113\ см^4$,
$I_{y_1} = 1520\ см^4$;
координата центра тяжести $y_{C_1} = z_0 = 2{,}07\ см$.

Рис.2.29. Швеллер № 20

Заказ работ 8 920 753-60-60 vk.com/tulgu_gl

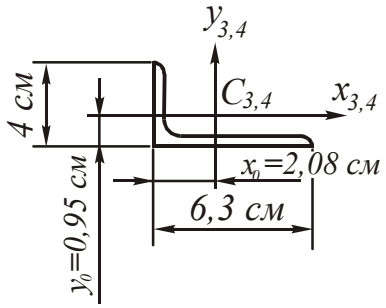
Фигура 2 – двутавр № 12 (рис.2.30).



Размеры: h_2=12 *см* , b_2 = 6,4 *см*;
площадь A_2=14,7 $см^2$;
моменты инерции: I_{x_2} =350 $см^4$,
I_{y_2} = 1520 $см^4$.

Рис.2.30. Двутавр № 12

Фигуры 3,4 – неравнобокие уголки *63×40×5 мм* (рис.2.31).



Площадь уголка $A_3 = A_4$=4,98 $см^2$;
моменты инерции: $I_{x_3} = I_{x_4}$ =6,26 $см^4$,
$I_{y_3} = I_{y_4}$ = 19,9 $см^4$;
координаты центра тяжести:

$$x_{C_3} = x_{C_4} = y_0 = 2{,}08\ см,$$

$$y_{C_3} = y_{C_4} = x_0 = 0{,}95\ см.$$

Рис 2.31. Неравнобокий уголок

Выбираем в заданном сечении начальную (исходную) систему координат – ось абсцисс x_0 совмещается с основанием сечения, ось ординат y_0 – с осью симметрии.

На чертеже показываем центры тяжести каждого элемента и их главные центральные оси (рис.2.32). Относительно осей x_0, y_0 определяем координаты центров тяжести фигур.

$$C_1\begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = y_{C_1} = 2{,}07\,см \end{cases};\qquad C_2\begin{cases} x_2 = 0 \\ y_2 = d_1 + \dfrac{h_2}{2} = 0{,}52 + \dfrac{12}{2} = 6{,}25\,см \end{cases};$$

$$C_3\begin{cases} x_3 = B_3 - x_{C_3} = 6{,}3 - 2{,}08 = 4{,}22\,см \\ y_3 = d_1 + h_2 + y_{C_3} = 0{,}52 + 12 + 0{,}95 = 13{,}47\,см \end{cases};\quad C_4\begin{cases} x_4 = -4{,}22\ см \\ y_4 = 13{,}47\,см \end{cases}.$$

Заказ работ в 920 753-60-60 vk.com/tulgu_gl

2. Вычисляем координаты центра тяжести сечения. Поскольку ось симметрии y_0 является главной центральной осью Y_C заданного сечения, то абсцисса x_c его центра тяжести равна нулю.

Ордината центра тяжести сечения определяется по формуле:

$$y_c = \frac{y_1 A_1 + y_2 A_2 + 2 y_3 A_3}{A},$$

где A - площадь заданного сечения:

$$A = A_1 + A_2 + 2A_3 = 23{,}4 + 14{,}7 + 2 \cdot 4{,}98 = 48{,}06\ см^2.$$

Подставив числовые значения в выражение для y_c, получим

$$y_c = \frac{2{,}07 \cdot 23{,}4 + 6{,}52 \cdot 14{,}7 + 2 \cdot 13{,}47 \cdot 4{,}98}{48{,}06} = 5{,}8\ см.$$

Отложив вверх на оси y_0 отрезок $5{,}8\ см$, отмечаем точку C - центр тяжести сечения и проводим вторую главную центральную ось X_C (рис. 2.32).

3. Считая центральные оси каждой из составляющих фигур исходными, вычисляем главные центральные моменты инерции:

$$I_{X_C} = I_{X_C}^{(1)} + I_{X_C}^{(2)} + 2I_{X_C}^{(3)} = I_{x_1} + a_1^2 \cdot A_1 + I_{x_2} + a_2^2 \cdot A_2 + 2(I_{x_3} + a_3^2 \cdot A_3);$$

$$I_{Y_C} = I_{Y_C}^{(1)} + I_{Y_C}^{(2)} + 2I_{Y_C}^{(4)} = I_{y_1} + I_{y_2} + 2(I_{x_3} + b_3^2 \cdot A_3),$$

где $a_i = |y_i - y_c|$ - расстояния между соответствующими осями x_i и осью X_C, определяемые по чертежу:

$$a_1 = |y_1 - y_c| = |2{,}07 - 5{,}8| = 3{,}73\ см; \quad a_2 = |y_2 - y_c| = |6{,}52 - 5{,}8| = 0{,}72\ см;$$
$$a_3 = a_4 = |y_3 - y_c| = |13{,}47 - 5{,}8| = 7{,}67\ см;$$

$b_i = |x_i - x_c|$ - расстояния между осями y_i и осью Y_C:

$$b_1 = 0; \qquad b_2 = 0; \qquad b_3 = b_4 = |x_3 - x_c| = |4{,}22 - 0| = 4{,}22\ см.$$

Заказ работ 8 920 753-60-60 vk.com/tulgu_gl

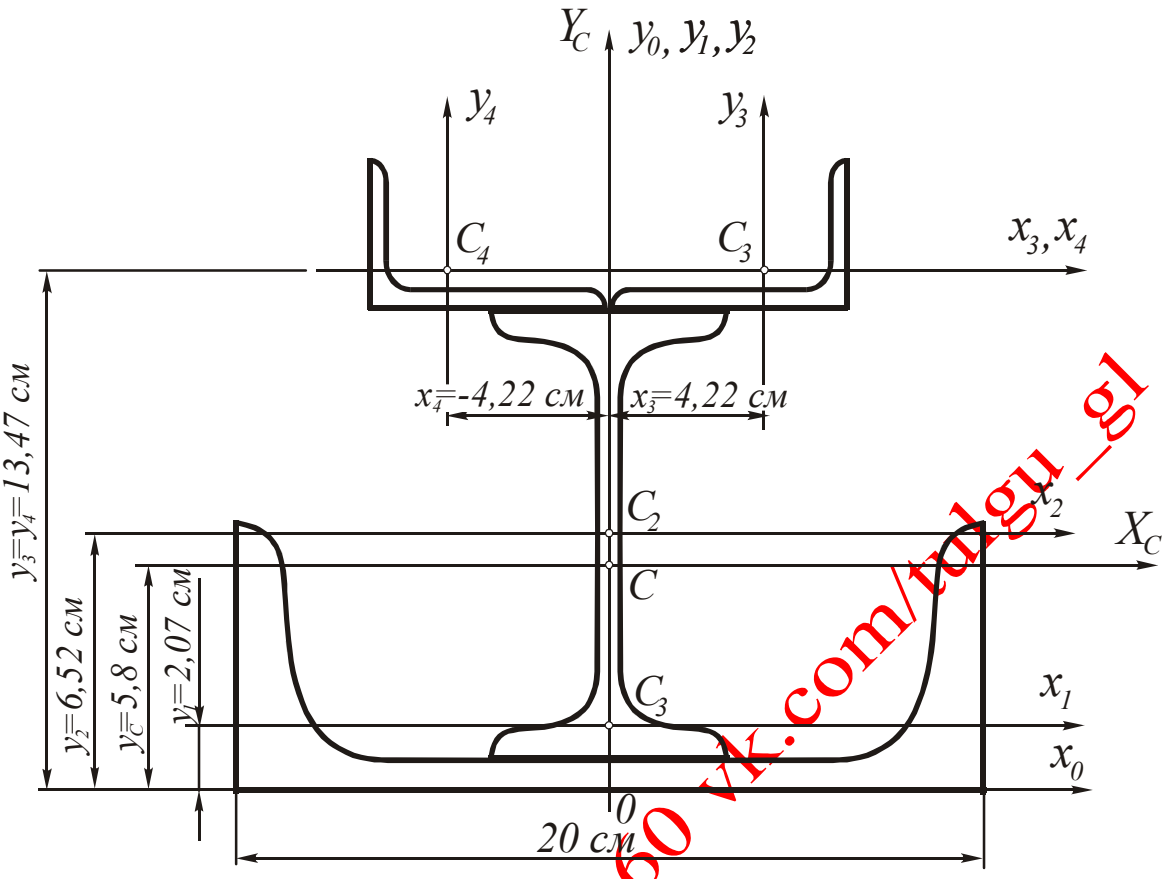


Рис. 2.32. Расчетная схема сечения

Подставив значения в выражения для определения главных центральных моментов инерции, получим

$$I_{X_C} = 113 + (3{,}73)^2 \cdot 23{,}4 + 350 + (0{,}72)^2 \cdot 14{,}7 +$$

$$+ 2 \cdot (6{,}26 + (7{,}67)^2 \cdot 4{,}98) = 1394{,}6 \text{ см}^4;$$

$$I_{Y_C} = 1520 + 27{,}9 + 2 \cdot (19{,}9 + (4{,}22)^2 \cdot 4{,}98) = 1765{,}1 \text{ см}^4.$$

4. Определяем главные центральные радиусы инерции:

$$i_{X_C} = \sqrt{\frac{I_{X_C}}{A}} = \sqrt{\frac{1394{,}6}{48{,}06}} = 5{,}4 \text{ см}; \qquad i_{Y_C} = \sqrt{\frac{I_{Y_C}}{A}} = \sqrt{\frac{1765{,}1}{48{,}06}} = 6{,}1 \text{ см}.$$

Заказ работ 8 920 753-60-60 vk.com/tdgu_gl